



Fermi-Aufgaben

PETER KRINNINGER

PETER.KRINNINGER@LIWEST.AT

Zusammenfassung

Die letzten TIMSS und PISA Studien in Deutschland und Österreich haben gezeigt, dass die Schülerinnen und Schüler nur mittelmäßige Ergebnisse im naturwissenschaftlichen Bereich lieferten.

Als Ursache wurde in beiden Ländern der „Mangel an Aufgabenkultur“ identifiziert. Die bedeutungsvolle BLK-Expertise bemerkt dazu, dass in der Weiterentwicklung von Aufgabenstellungen und der Form ihrer Bearbeitung ein beträchtliches Potenzial zur Verbesserung des mathematischen naturwissenschaftlichen Unterrichts liegt. In deutschen und österreichischen Physikschulbüchern herrscht eine Monokultur von Einsetzaufgaben vor.

Als möglichen Ausweg aus diesem Dilemma wird die Beschäftigung mit sogenannten „Fermi-Aufgaben“ – benannt nach seinem Erfinder, dem berühmten Kernphysiker Enrico Fermi – gesehen.

1 Einleitung

Die letzten großen Testungen im naturwissenschaftlichen Bereich in deutschen und österreichischen Schulen lieferten sehr bescheidene Ergebnisse (vgl. Bundesinstitut BIFIE, 2014).

Sogleich wurde Ursachenforschung betrieben und das schuldige Element identifiziert (vgl. BLK, 1997): Die mangelhafte Aufgabenkultur im Physikunterricht.

2 TIMSS und PISA Studie

TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) testet im Abstand von vier Jahren die Mathematik- und Naturwissenschaftskompetenz von Schülerinnen und Schülern in der 4. und 8. Schulstufe. Die erste Testung, an der sich Österreich beteiligte, fand 1995 statt. 1999 und 2003 nahm Österreich nicht teil. Erst bei der Erhebung im Jahr 2007 wurden die österreichischen Schüler/innen wieder getestet – allerdings nur in der 4. Schulstufe. Und auch 2011 beteiligte sich Österreich nur mit der 4. Schulstufe an TIMSS. An der aktuellen Erhebung TIMSS 2015 nimmt Österreich nicht teil. Der Grund, warum Österreich nur mit der 4. Schulstufe teilnimmt, liegt darin, dass gemeinsam mit der Lesestudie PIRLS (Progress in International Reading Literacy Study) TIMSS in Österreich das IEA-Grundschulmonitoring bei den 10-Jährigen bildet. Die Studien ergänzen so ideal das OECD-Programm PISA, das die Lesekompetenz bei 15-/16-Jährigen am Ende der Pflichtschulzeit erfasst. Neben den Leistungsdaten werden bei TIMSS auf unterschiedlichen Ebenen (Schüler/innen, Eltern, Lehrkräfte, Schulleitung und Schulsystem) Hintergrundinformatio-

nen mit Hilfe von Fragebögen erhoben, um die gewonnenen Leistungsdaten mit diesen Kontextdaten in Verbindung zu bringen (vgl. Bundesinstitut BIFIE, 2014).

Die PISA-Studie wurde Ende der 1990er-Jahre von der OECD (Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung) ins Leben gerufen, um Daten zur Qualität und Effektivität der verschiedenen Schulsysteme in den Mitgliedsstaaten zu erhalten. Mittlerweile ist PISA in Österreich zu einem festen Bestandteil der qualitätssichernden Maßnahmen im Bildungsbereich und einer faktenbasierten Bildungspolitik geworden.

Eine zentrale Fragestellung der PISA-Studie ist, wie gut es den unterschiedlichen Schulsystemen in den Mitgliedsländern gelingt, die Schüler/innen auf die Herausforderungen der Zukunft und das „lebenslange Lernen“ vorzubereiten. Dazu werden die Kompetenzen in drei zentralen Bereichen gemessen: Lesen, Mathematik und Naturwissenschaft. Die PISA-Aufgaben erfassen, inwieweit Schüler/innen in der Lage sind, alltagsrelevante Probleme effektiv zu analysieren, ihre Lösungen zu begründen und darzulegen. Reines Faktenwissen spielt dabei eine untergeordnete Rolle.

PISA findet alle drei Jahre mit wechselnden Schwerpunkten statt, wobei mit PISA 2009 der zweite Erhebungszyklus begann: 2000 und 2009 stand die Lesekompetenz im Mittelpunkt, 2003 und 2012 bildet Mathematik den Schwerpunkt und 2006 sowie 2015 die Naturwissenschaftskompetenz (vgl. Bundesinstitut BIFIE). Die Ergebnisse der letzten beiden Studien zeigten nur ein mittelmäßiges Abschneiden der

Schülerinnen und Schüler in Naturwissenschaften (siehe Abb. 1 und 2).

Naturwissenschaftskompetenz: Mitte					
KOR	587 (66)	HUN	534 (86)	PRT	522 (73)
SGP	583 (87)	SWE	533 (75)	SVN	520 (76)
FIN	570 (67)	SVK	532 (79)	GBR (N)	517 (71)
JPN	559 (64)	AUT	532 (70)	IRL	516 (79)
RUS	552 (72)	NLD	531 (53)	HRV	516 (62)
TWN	552 (74)	GBR (E)	529 (82)	AUS	516 (81)
USA	544 (79)	DNK	528 (73)	SRB	516 (84)
CZE	536 (72)	DEU	528 (70)	LTU	515 (68)
HKG	535 (74)	ITA	524 (74)	BEL (fl)	509 (58)

ausgewählte Vergleichsländer sind fett hervorgehoben

Abb. 1 – Naturwissenschaft-Gesamtskala: Mittelwerte und Standardabweichung der Teilnehmerländer Timss 2011 (Bundesinstitut BIFIE 2012)

PISA-Studie 2012 – Internationaler Schülertest					
15-16-Jährige, erreichte Punkte, Länderauswahl					
Mathematik	1x1	Lesen	Naturwissenschaft		
Shanghai*	613	Shanghai*	570	Shanghai*	580
Südkorea	554	Japan	538	Japan	547
Japan	536	Südkorea	536	Finnland	545
Schweiz	531	Finnland	524	Estland	541
Niederlande	523	Kanada	523	Südkorea	538
Estland	521	Polen	518	Polen	526
Finnland	519	Estland	516	Kanada	525
Kanada	518	Australien	512	Deutschland	524
Polen	518	Niederlande	511	Niederlande	522
Belgien	515	Belgien	509	Australien	521
Deutschland	514	Schweiz	509	Schweiz	515
Österreich	506	Deutschland	508	Großbritann.	514
Australien	504	Frankreich	505	Slowenien	514
Slowenien	501	Großbritann.	499	Tschechien	508
Tschechien	499	USA	498	Österreich	506
Frankreich	495	OECD-Schnitt	496	Belgien	505
OECD-Schnitt	494	Tschechien	493	OECD-Schnitt	501
Großbritann.	494	Österreich	490	Frankreich	499
Italien	485	Italien	490	USA	497
Spanien	484	Spanien	488	Spanien	496
Slowakei	482	Slowenien	481	Italien	494
USA	481	Ungarn	488	Ungarn	494
Schweden	478	Schweden	483	Schweden	485
Ungarn	477	Griechenland	477	Slowakei	471
Griechenland	453	Türkei	475	Griechenland	467
Türkei	448	Slowakei	463	Türkei	463
Mexiko	413	Mexiko	424	Mexiko	415

Abb. 2 – PISA Studie 2012 – Internationaler Vergleich (Kernmayer, PISA: Wir sind endlich besser. <http://www.oe24.at/oesterreich/politik/PISA-Studie-Oesterreich-holt-auf-Die-Ergebnisse-im-Detail/123689719> (25.10.2014))

3 Aufgabenkultur

Die Aufgabenkultur an österreichischen wie auch an deutschen Schulen ist ein Thema, das in der Folge der TIMSS-und PISA-Studie mehr Beachtung fand. In beiden Ländern herrsche ein „Mangel an Aufgabenkultur“ (BLK, 1997), der für das mittelmäßige Abschneiden der Schülerinnen und Schüler im internationalen Vergleich als eine der Ursachen identifiziert wird.

Die einflussreiche BLK-Expertise (BLK, 1997) konstatiert, dass „in der Weiterentwicklung von Aufgabenstellungen und der Form ihrer Bearbeitung [...] ein beträchtliches Potential zur Verbesserung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“ liegt (Müller R., 2001, S. 1).

Ein Hauptgrund dafür ist die derzeit vorherrschende Monokultur der Einsetzaufgaben, die zur Routinebildung zwar geeignet sein mögen, die man aber weitgehend ohne physikalische Einsicht lösen kann (vgl. Müller, 2001)

Beispiele aus österreichischen Schulbüchern:

„Berechne den Gesamtwiderstand einer Serienschaltung von 2,3,4,... Widerständen von je 10 Ω!“

(Jaros, 2012, S. 112)

„Wie groß ist die Stromstärke durch eine Lampe, deren Widerstand 60 Ω beträgt, wenn sie an 12 V angeschlossen ist?“

(Sextl, 2012, S. 124)

„Durch ein Elektrogerät fließen 12 A, wenn es an eine Spannung von 230 V angeschlossen wird. Wie groß ist sein Widerstand?“

(Sextl, 2012, S. 124)

Vorschläge zur Verbesserung der Aufgabenkultur (vgl. BLK, 1997, zit. nach Müller, 2001):

- Aufgabentypen entwickeln, die mehrere Vorgehensweisen und unterschiedliche Lösungswege zulassen
- Abwechslungsreiche Anwendungsaufgaben in variierenden Kontexten anbieten
- Vertikale Vernetzung: Länger zurückliegende Stoffinhalte in den Unterricht integrieren

Vor dem Hintergrund der oben genannten Probleme soll im Folgenden gezeigt werden, dass Fermi-Aufgaben eine attraktive Ergänzung zu herkömmlichen Aufgabentypen darstellen. Allein schon durch die Vorgehensweise beim Lösen solcher Aufgaben, werden die oben aufgeführten Maßnahmen zur Verbesserung der Aufgabenkultur in natürlicher Art und Weise umgesetzt (vgl. Müller, 2001). Dies wird später anhand von Beispielen gezeigt, zuvor wird jedoch dargeboten, von wem Fermi-Aufgaben stammen und was man unter ihnen versteht.

4 Enrico Fermi

Geboren wurde Enrico Fermi (siehe Abb. 3) am 29.09.1901 in Rom.

Er war einer der bedeutendsten Kernphysiker des 20. Jahrhunderts. Fermi lässt sich nicht in eine Schublade stecken, denn er war sowohl Experimental- wie auch theoretischer Physiker.

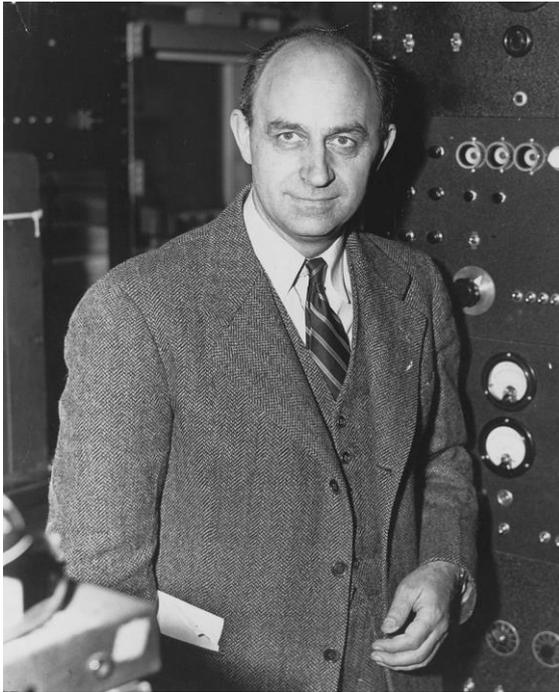


Abb. 3 – Enrico Fermi (1901-1954)

Zahlreiche Entdeckungen sind nach ihm benannt (Fermionen, Fermigas, Fermineau, usw.). 1942 gelang ihm an der Universität von Chicago erstmals eine kritische Kernspaltungskettenreaktion in einem Reaktor zu erzeugen. 1944 war er im Rahmen des Manhattan-Projekts bei der Entwicklung und Bau der ersten Atombombe beteiligt und ein Berater von Robert Oppenheimer.

Fermi war für seine schnellen Abschätzungen und seine physikalische Intuition bekannt – er war ein Meister der „back of the envelope“-Rechnungen (die nicht mehr Platz als die Rückseite eines Briefkuverts benötigen) (vgl. Wikipedia, 2014). Berühmt sind auch die Fermi-Aufgaben (Fermi-Probleme), wie etwa aus wenigen Daten die Anzahl der Klavierstimmer in einer Stadt wie Chicago abzuschätzen. Berühmt ist auch die Anekdote, die sich beim ersten Atombombentest ereignete. Er ließ Grashalme in den durch die Detonation ausgelösten Wind streuen. Durch die Zerstreung der Grashalme konnte er auf die Sprengkraft der Bombe schließen (vgl. Müller, 2001).

5 Fermi-Aufgaben

Der berühmteste Prototyp einer Fermi-Aufgabe stammt von Fermi selbst: „Wie viele Klavierstimmer gibt es in Chicago?“ Diese Frage stellte er ohne weitere Informationen seinen Studenten und konnte sie größenordnungsmäßig richtig beantworten. Typisch bei dieser Art von Aufgaben sind die alltagsnahe Fragestellung und der erste Anschein, dass solche Aufgaben

nicht ohne Spezialwissen (d.h. ohne Blick ins Telefonbuch bzw. Branchenverzeichnis) lösbar sind. Außerdem liefern solche Aufgaben keine exakte Lösungen, sondern nur Näherungen, da viele Annahmen getroffen werden müssen und viele verschiedene Lösungsstrategien möglich sind. So ein Aufgabentypus zählt zu den sogenannten „offenen Aufgaben“ (vgl. Müller, 2001). Die Kunst bei der Lösung der Frage ist auf die richtige Weise zum Kern des Problems vorzustoßen und dieses Vorgehen richtig zu strukturieren und aufzugliedern.

Mögliche Lösungsstrategie beim Klavierstimmerproblem (vgl. Müller, 2001):

1. Die Zahl der Klavierstimmer in Chicago ist kein „zufälliger Zahlenwert“. Die Zahl der Klavierstimmer entspricht dem „Bedarf“ an Klavierstimmern, denn die Stimmer müssen ihr Auskommen finden. Die Frage wird uminterpretiert, sodass die Anzahl der Klavierstimmer keine Aussage über eine unwesentliche Zahl, sondern eine Bedarfsabschätzung ist, die analytisch behandelt werden kann.
2. Es folgt nun eine Reihe von Abschätzungen: Ausgehend von der Einwohnerzahl von Chicago, schätzt man wie viele Haushalte ein Klavier besitzen und wie oft dieses gestimmt werden muss. Multipliziert man diese Zahl mit der Zeit, die es dauert ein Klavier zu stimmen, so erhält man die jährliche Arbeitszeit für alle Klavierstimmer insgesamt, die in Chicago anfällt. Dividiert man nun noch durch die geschätzte Jahresarbeitszeit eines Klavierstimmers, so erhält man eine Abschätzung für die Anzahl der Klavierstimmer in Chicago.

Rechengang:

- Einwohnerzahl Chicago: 3 000 000
- Schätzung Personen pro Haushalte: 2, also 1 500 000 Haushalte
- Schätzung: Jeder 20. Haushalt besitzt ein Klavier
- Schätzung: Anzahl der Stimmungen pro Jahr: 1
- Schätzung: Dauer einer Stimmung: 3 h inklusive Fahrzeit
- Schätzung: Jahresarbeitszeit eines Klavierstimmers: 8 h/Tag, 5-Tage Woche, 46 Wochen/Jahr

$$\left(\frac{3000000}{2} \cdot \frac{1}{20} \cdot 1\right) : \left(\frac{46 \cdot 5 \cdot 8}{3}\right) = 75000 : 613,3 \approx 122,28$$

Es sollte also etwa 120 Klavierstimmer in Chicago geben.

Jetzt stellt sich die Frage, wie gut die Lösung ist. Dazu überprüft man das Branchenverzeichnis von Chicago (www.addresses.com). Man erhält 95 Ergebnisse. Die Rechnung liefert demnach eine gute Abschätzung!

Folgerungen aus diesem Beispiel:

Fermi-Aufgaben sind kein neuer Aufgabentypus, sondern eine Art der Herangehensweise an eine Fragestellung. Es handelt sich vielmehr um eine Methode, Probleme zu lösen, die auf den ersten Blick zu komplex und unlösbar scheinen, oder zu deren Bearbeitung die Informationen nicht ausreichen. Man benötigt dazu Abschätzungen, bei denen Alltagserfahrungen und der „Hausversand“ zum Einsatz kommen. Ziel dieser Aufgaben ist es nicht eine Größe exakt zu berechnen, man ist vielmehr an Größenabschätzungen interessiert. Die Ursachen für die relativ „guten“ Ergebnisse liegen darin, dass sich Schätzfehler bei einem solchen Aufgabentypus selten in eine Richtung aufaddieren, sondern tendenziell kompensieren.

Im Großen und Ganzen liefern Fermi-Aufgaben meistens gute Näherungen, wenn man auf die Linearität der Größen, die geschätzt werden sollen, achtet. Schlechte und stark auseinanderlaufende Größenabschätzungen entstehen bei nicht linearen Zusammenhängen, wenn Abschätzungen von Größen vorgenommen werden, die dann zum Beispiel zur Berechnung von Flächen und Volumina verwendet werden.

6 Fermi-Aufgaben und Aufgabenkultur

Tragen Fermi-Aufgaben überhaupt zur Verbesserung der Aufgabenkultur bei und wenn ja, auf welche Weise? Wie aus dem obig Erwähnten ersichtlich ist, trainieren Fermi-Aufgaben folgende Fähigkeiten, die auch außerhalb des Physikunterrichts als sehr wertvoll angesehen werden können:

- Erfassen von Problemstrukturen
- Reduktion der Komplexität
- Durchführen von Abschätzungen
- Beurteilung von Größenordnungen

Bei Fermi-Aufgaben finden sich alle Aspekte wieder, die von der BLK-Expertise zur Verbesserung der Aufgabenkultur vorgeschlagen wurden.

„Traditionell werden Aufgaben im naturwissenschaftlichen Unterricht nur in wenigen Unterrichtsphasen eingesetzt, zumeist in Wiederholungs- oder Übungsphasen im Anschluss an fragend-entwickelnde Unterrichtsgespräche, in

denen oftmals auf eine einzige Lösung oder Routine hin unterrichtet wird.“

Leisen (2001, zit. nach Kühn, 2011, S.36)

An diese traditionelle Unterrichtskultur schließt eine traditionelle Prüfungskultur an, bei der unter kontrollierten Bedingungen Aufgaben schriftlich bearbeitet werden. Diese Aufgaben überprüfen das neu erworbene, routinierte Wissen, so dass eine Kongruenz zwischen Unterricht und Leistungsbeobachtung festzustellen ist (vgl. Kühn, 2011).

Unter starker Kritik steht das fragend-entwickelnde Unterrichtsmuster: zu eng, lehrerinnen- und lehrerzentriert, spricht nur Lernende auf mittlerem kognitiven Niveau an, erzeugt Langeweile und Frustrationen bei den stärkeren Schülerinnen und Schülern und vernachlässigt die schwächeren Schülerinnen und Schüler auf niedrigeren Leistungsniveau, die auf intensive Förderung angewiesen sind (vgl. BLK 1997).

„Eine wichtige Rolle spielen die sog. offenen Aufgaben, bei denen die Fragen von den Schülerinnen und Schülern selbst herausgearbeitet werden müssen.“ (BLK 1997, S.17)

Wie schon oben erwähnt, erfüllen Fermi-Aufgaben genau diese Forderung.

7 Fermi-Aufgaben im Schulunterricht

Fermi-Aufgaben sind für den Schulunterricht nicht nur ein wertvolles Werkzeug, weil damit Forderungen von Studien befriedigt werden, sondern aufgrund des nicht zu unterschätzenden hohen Realitätsbezugs ein zentrales Hilfsmittel, um alle Schülerinnen und Schüler zu erreichen. Viele Aufgaben sind Fragestellungen aus dem Alltag und schließen, richtig designed, damit unmittelbar an die Erlebniswelt der Schülerinnen und Schüler an. Zusätzlich trainieren Fermi-Aufgaben die Modellbildung, die nicht nur in der Mathematik und Physik, sondern auch in anderen Naturwissenschaften eine große Rolle spielt. Als Beispiel für die Abbildung der Realität in ein Modell, soll der Modellierungskreislauf nach Greefrath (siehe Abb. 5) dienen (vgl. Betzer, 2012).

Für das Beispiel, „Wie viele Klavierstimmer gibt es in Chicago“, kann dieser Modellierungskreislauf verwendet werden (siehe Abb. 4)

Man sieht an diesem Kreislauf, dass hier Kompetenzen wie Argumentieren, Interpretieren und Beurteilen gefordert und trainiert werden, die genau den Vorschlägen zur Verbesserung der Aufgabenkultur dienen und eine Abkehr von rein operativ und ohne Verständnis durch-

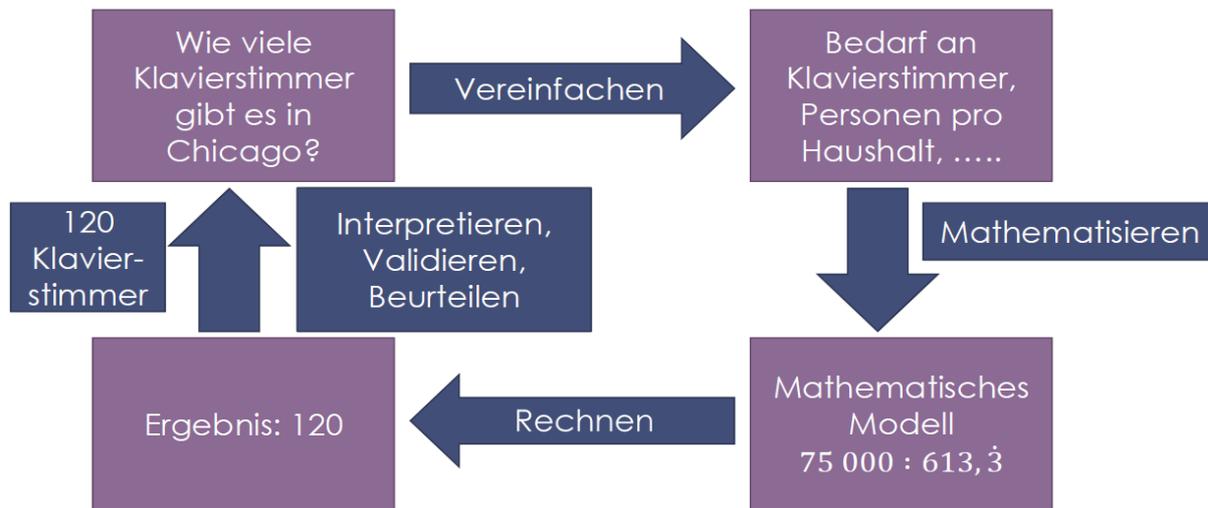


Abb. 4 – Der Modellierungskreislauf für das Klavierstimmer Problem

geführten Routine- und Einsetzaufgaben darstellen.

Zusammengefasst übt man mit Fermi-Aufgaben folgende Kompetenzen (vgl. Betzer, 2012):

- Selbstständiges und kooperatives Lernen
- Argumentieren und Kommunizieren
- Umgang mit Unsicherheiten
- Strategisches Arbeiten und Problemlösen
- Modellieren
- Schätzen und Überschlagen
- Umgang mit Größen und Einheiten
- Entdecken von funktionalen Zusammenhängen

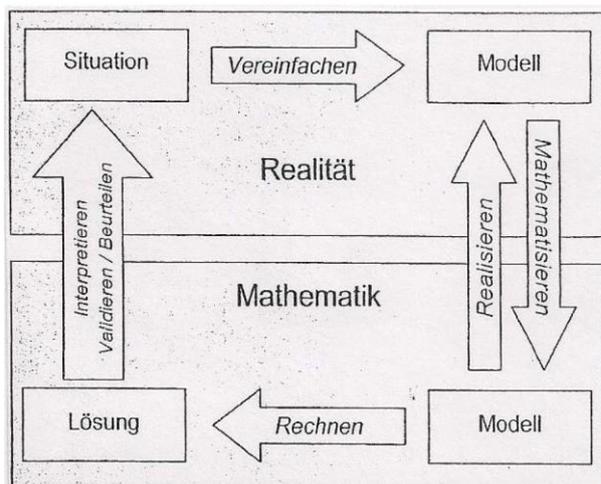


Abb. 5 – Der Modellierungskreislauf nach Greefrath

Der mögliche Einsatz von Fermi-Aufgaben im Unterricht ist vielfältig (vgl. Betzer, 2012):

- Einstieg in neue Inhaltsbereiche
- Kontextbezogenes Üben und Wiederholen
- Differenzierter Unterricht
- Diagnose von Kompetenzen

- Wochenplanarbeit, Projekte und Supplyrungen

Als nächstes geben wir einige Beispiele von Fermi-Aufgaben, die sich für den Unterricht bewährt haben.

Beispiel 1:

Wie viele Frisiersalons gibt es in Salzburg?

Lösung:

Einwohnerzahl 150 000
 Geschätzter prozentueller Anteil der Bewohner, die zum Friseur gehen: 70%.
 Geschätzte Anzahl der Friseurbesuche pro Jahr: 10-mal.
 Geschätzte Besuchsdauer: 0,5 h.
 Geschätzte Anzahl der Friseure pro Salon: 2
 Geschätzte Wochenarbeitszeit eines Friseurs: 40 h.
 Geschätzte Arbeitswochen pro Jahr: 46
 Es wird die Jahresgesamtarbeitszeit der Frisiersalons in Salzburg berechnet und durch die Jahresarbeitszeit eines Friseurs dividiert.

Rechnung:

$$(150\,000 \cdot 0,7 \cdot 10 \cdot 0,5\text{ h}) : 2 = 262\,500\text{ h}$$

$$46 \cdot 40 = 1840\text{ h}$$

$$262\,500 : 1840 \approx 140\text{ Frisiersalons}$$

Beispiel 2:

Wie groß wäre ein Mensch, dessen Mund so groß ist wie auf untenstehendem Bild? (siehe Abb. 6)

Lösung:

Geschätzte Mundbreite Bild: 5m.
 Geschätzte Mundbreite Durchschnittsmensch: 0,06 m.

Rechnung:

$$5 \cdot (1,7 : 0,06) \approx 142\text{ m groß}$$

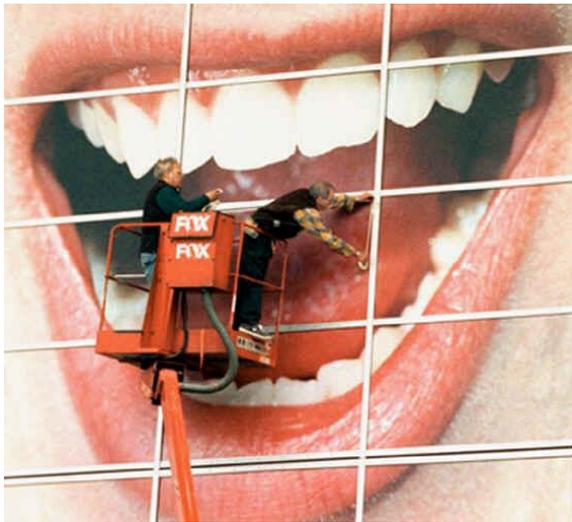


Abb. 6 – Beispiel 2

Beispiel 3:

Wie viel trinkt ein Mensch, der 78 Jahre alt wird in seinem Leben?

Wie viele Badewannen könnte man damit füllen?

Lösung:

Geschätzte Flüssigkeitsaufnahme pro Tag: 2 l.

Anzahl der Tage pro Jahr: 360.

Geschätzter prozentueller Anteil an den Lebensjahren für die Flüssigkeitsaufnahme von 2 l: 80 %.

Geschätztes Fassungsvermögen einer Badewanne: 100 l.

Rechnung:

$$2 \cdot 78 \cdot 360 \cdot 0,8 = 44\,928 \text{ l}$$

$$44\,928 : 100 \approx 450 \text{ Badewannen}$$

8 Pro & Contra

Zum Abschluss werden noch einmal Gründe, die für oder gegen Fermi-Aufgaben sprechen, angeführt, wobei die positiven überwiegen.

Vorteile:

- Komplexe Kontexte aus Alltag als Fermi-Aufgabe
- Förderung von Problemlösungsstrategien
- Begünstigung der vertikalen Vernetzung
- Realitätsbezug
- Möglichkeit von multiplen Lösungswegen
- Trainieren des Modellierens
- Steigerung des Interesses durch Verblüffung

Nachteile:

- Hoher Zeitbedarf
- Aufgaben können komplex werden

9 Literatur

Betzer A. (et al.) (2012) Fermi-Aufgaben.

<http://wwwmath.uni-muenster.de/u/susanne.mueller-philipp/pdf/WS1210-12Fermi-Aufgaben.pdf>
(25.10.2012)

BLK (Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung) (1997) Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts. Abschlussbericht.

<http://www.pedocs.de/volltexte/2008/439/pdf/abschlussbericht.pdf> (24.10.2014)

Bundesinstitut bifie(2014): Pisa-Studie.

<https://www.bifie.at/pisa> (24.10.2014)

Bundesinstitut bifie(2014): Timss-Studie.

<https://www.bifie.at/node/164> (24.10.2014)

Jaros A. (et al.) (2012): Physik Compact. Basiswissen 6. Wien: ÖBV 2012. S. 112

Kernmayer (2012): PISA: Wir sind endlich besser.

<http://www.oe24.at/oesterreich/politik/PISA-Studie-Oesterreich-holt-auf-Die-Ergebnisse-im-Detail/123689719> (25.10.2014)

Kühn S.M. (2011): Weiterentwicklung der Aufgabenkultur im naturwissenschaftlichen Unterricht der gymnasialen Oberstufe und im Abitur. In: Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften; Jg. 17, 2011

http://www.archiv.ipn.uni-kiel.de/zfdn/pdf/17_Kuehn.pdf (24.10.2014)

Müller R. (2001): Fermi-Probleme als Beitrag zu einer neuen Aufgabenkultur. <https://www.tu-braunschweig.de/Medien-DB/ifdn-physik/pyramidenaufsatz-bs.pdf> (24.10.2014)

Sexl R. (et al.) (2012): Physik 5. Wien: ÖBV 2012 S. 124

Wikipedia (2014): Enrico Fermi.

http://de.wikipedia.org/wiki/Enrico_Fermi
(24.10.2014)

Wissen.de Artikel (2014): TIMSS – Studie.

<http://www.wissen.de/timss-studie> (24.10.2014)