



# Räumliches Denken in der Physik

MARION ZÖGGER

MARION.ZOEGGER@SBG.AC.AT

## Zusammenfassung

In diesem Beitrag werden grundlegende Aspekte der Erforschung zur Raumvorstellung, einer bedeutenden Facette der Intelligenz, vorgestellt und deren Verbindung mit Physik dargelegt. Dazu werden beispielhaft einige physikalische Inhalte einer Sachanalyse unterzogen und diesbezüglich Komponenten der Raumvorstellung hervorgehoben. Es wird aufgezeigt, in welchen Bereichen der Physik räumliches Denken eine Bedeutung hat und inwiefern räumliches Denken in engem Zusammenhang zum Verständnis physikalischer Inhalte und zu Schülervorstellungen steht.

## 1 Einleitung

Wie hält man einen Taschenspiegel, um ein möglichst großes Spiegelbild des Gesichtsausschnittes zu erhalten? Kann man mehr vom Gesicht sehen, wenn man den Spiegel näher heranhält oder ihn weiter entfernt hält?

Dieses Experiment stellt ein verblüffendes Phänomen der Physik dar und ist in einem Vorstellungstest zur Optik enthalten (Schecker & Duit, 2018). Ein zentrales Element ist das räumlich geometrische Vorstellungsvermögen der Reflexion an einer ebenen Spiegelfläche bei sich änderndem Abstand zur Spiegelebene. Die Größe des zu sehenden Ausschnitts hängt nicht von der Entfernung des Betrachtenden vom Spiegel ab, sondern lediglich von der Größe des Taschenspiegels. Der physikalischen Beschreibung der Spiegelung in der geometrischen Optik liegt das Modell der Lichtstrahlen zugrunde. Bei einer vereinfachten Darstellung in der zweidimensionalen Ebene, bei der die Spiegelebene projizierend ist – und daher als Gerade dargestellt wird – und die Lichtstrahlen in einer Ebene verlaufen, ergibt sich somit aus dem Reflexionsgesetz (Einfallswinkel zum Lot = Ausfallswinkel zum Lot), dass der zu sehende Ausschnitt in vertikaler Richtung doppelt so lang ist wie die Höhe des Spiegels. Der tiefste Punkt des Spiegels in senkrechter Richtung liegt auf der halben Strecke zwischen Augenhöhe und tiefstem noch zu sehenden Bildpunkt. Der Sehstrahl, der auf das untere Ende der Spiegellinie gerichtet ist, nimmt den am weitesten unten liegenden noch sichtbaren Punkt wahr. Dasselbe gilt für das obere Ende der Spiegellinie. Die Schwierigkeiten bei der Vorstellung dieses Experimentes ergeben sich u. a. daraus, dass von einer „aktiven Sicht“ des Spiegels, vergleichbar mit dem Blickfeld einer Kamera, ausgegangen wird. Je größer die Entfernung des Fotografierenden zu einem Gebäude ist, desto größer ist der sichtbare Ausschnitt. Dies trifft im gegebenen Fall nicht zu. Für das binokulare Gesichtsfeld beider Au-

gen ergeben sich nach unten bzw. oben Werte von ca.  $\alpha = 75^\circ$  bzw.  $\beta = 65^\circ$ , also insgesamt  $140^\circ$  in vertikaler Richtung. In horizontaler Richtung, von rechts nach links, hat das Gesichtsfeld einen Blickwinkel von ca.  $\alpha = 210^\circ$ .

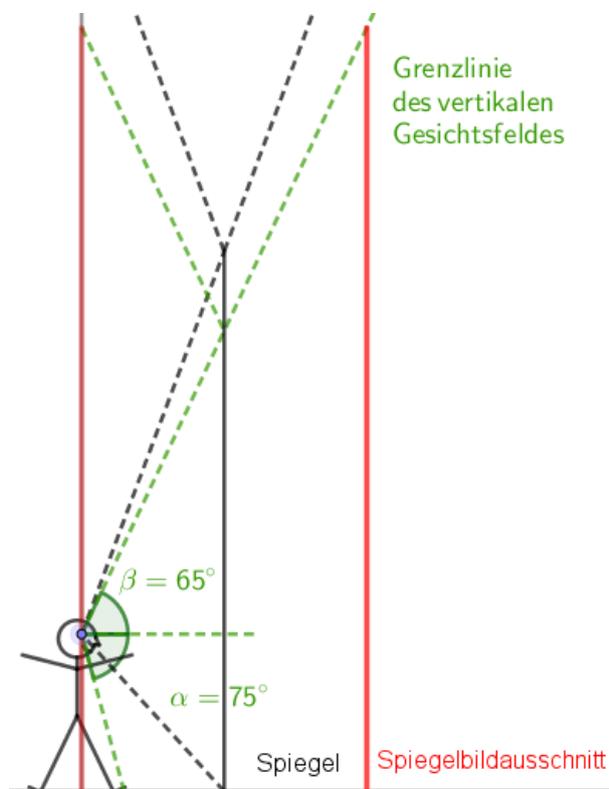
Liegt der Rand des Spiegels außerhalb des Gesichtsfeldes, so wird bei unveränderter Blickrichtung nur ein Ausschnitt der Spiegellinie wahrgenommen, dieser vergrößert sich mit zunehmender Entfernung vom Spiegel. Liegt der Rand des Spiegels innerhalb des Gesichtsfeldes, so ändert sich mit der Entfernung der Blickwinkel; der Ausschnitt des Spiegelbildes bleibt aber konstant. Zu unterscheiden sind folglich zwei Spezialfälle:

Bei einem (unendlich) großen Spiegel ändert sich der wahrnehmbare Ausschnitt mit unterschiedlicher Entfernung zum Spiegel; je größer die Entfernung, desto größer das Spiegelbild, solange das Gesichtsfeld nicht größer als der gesamte Spiegel ist (Abb. 1).

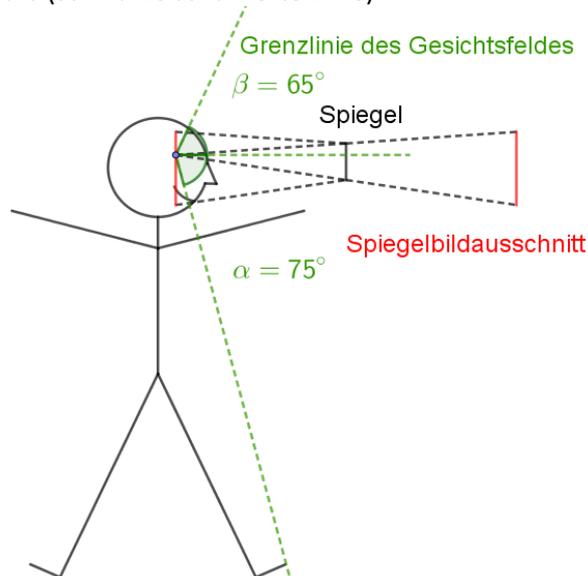
Bei einem kleinen Spiegel, der gänzlich im Blickfeld liegt, ist der wahrnehmbare Ausschnitt unabhängig von der Entfernung, solange der Abstand nicht zu nahe am Auge ist bzw. der Spiegelrand außerhalb des Gesichtsfeldes liegt (Abb. 2).

Dieses Phänomen und weitere Beispiele der geometrischen Optik sowie anderer Bereiche der Physik lassen erkennen, wie wichtig es ist, sich Situationen aus unterschiedlichen Perspektiven räumlich vorstellen zu können. Auch in Bereichen des alltäglichen Lebens, in zahlreichen Berufsfeldern und Wissenschaftsgebieten stellt die Raumvorstellung ein grundlegendes Erfordernis dar, sei es beim Zurechtfinden in naher und fremder Umgebung oder in der zeitlich und räumlich komplexer werdenden Mobilität. Das Lesen von Landkarten, Stadt- und Fahrplänen, von Arbeitsanleitungen, Skizzen bzw. Konstruktionszeichnungen, von Röntgenbildern, Satellitenaufnahmen oder von dynamischen Kartenanzeigen auf Navigationsgeräten

verlangt in hohem Maße räumliches Denken. Das Raumvorstellungsvermögen gilt als eine der Schlüsselkompetenzen für den STEM-Bereich (Science, Technology, Engineering, Mathematics) bzw. STEAM-Bereich (Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematics).



**Abb. 1** – Veränderliche Größe des Spiegelbildausschnittes je nach Entfernung des Betrachtenden vom Spiegel; der obere Rand des Spiegels liegt außerhalb des Gesichtsfeldes, der untere innerhalb (schwarze strichlierte Linie)



**Abb. 2** – Unveränderlicher Spiegelbildausschnitt, unabhängig von der Entfernung des Betrachtenden zum Spiegel

## 2 Begriffsklärung zum Raumvorstellungsvermögen

Für die Begriffe Raumvorstellung und Raumvorstellungsvermögen, die synonym verwendet werden, sind von verschiedenen AutorInnen unterschiedliche bzw. ergänzende Definitionen gegeben worden (z. B. Frostig & Horne, 1977; Rost, 1977; Linn & Peterson, 1985; Gardner, 1985, 1991; Maier, 1994, 2018; Maresch, 2018). Nach Frostig (1977) ist das Raumvorstellungsvermögen die Fähigkeit, mit zwei- und dreidimensionalen Objekten auf der Vorstellungsebene zu operieren. Maier (1994) versteht unter Raumvorstellungsvermögen die Fähigkeit, in der Vorstellung etwas räumlich zu sehen und räumlich zu denken. Die Sinneseindrücke werden dabei gedanklich verarbeitet und mental umgeordnet; es wird aktiv mit diesen Vorstellungsbildern umgegangen. Folgende Definition umfasst das Wesen des Raumvorstellungsvermögens in seiner Gesamtheit:

*Das Raumvorstellungsvermögen wird als die Fähigkeit eines Individuums erachtet, durch Denken räumliche Objekte mental zu erzeugen und zu transformieren, Relationen zwischen mehreren dieser mentalen Objekte zu erkennen und herstellen zu können und selbst mental unterschiedliche räumliche Positionen einzunehmen.*

(Maresch, 2018)

Darin wird im Besonderen die Verbindung zu den geometrisch-mathematischen Inhalten hervorgehoben, die auch in der Physik Anwendung finden. Mental transformieren bedeutet, sich gedanklich eine Schiebung, Spiegelung, Drehung und Skalierung vorzustellen und damit zu operieren. Weitere wesentliche Komponenten sind das Erkennen und Herstellen von Relationen zwischen Objekten, wie Boolesche Operationen und Schnitte, sowie sich gedanklich im Raum zu bewegen und dabei verschiedene Sichtweisen einzunehmen.

Als Vorstufe und notwendige Voraussetzung zur Raumvorstellung wird die Visuelle Wahrnehmung gesehen (Linn & Peterson, 1985; Maier, 1994; Maresch, 2018). Sie betrifft den anatomischen und neurologischen Ablauf des Sehens bis hin zum Erkennen von räumlichen Objekten. Neurologische Forschungsergebnisse zeigen, dass bestimmte Hirnareale und verschiedenartige Nervenzellen, wie z. B. Orts- und Gitterzellen, für spezifische Aufgabenbereiche zuständig sind. Die einen beziehen sich auf das Erkennen und Merken räumlicher Objekte und deren Bewegung mit Zeit- und Geschwindigkeitsverglei-

chen, die anderen ermöglichen das Zurechtfinden im Raum (Burgess, 2014).

An das „Erkennen“ schließt die Raumvorstellung (das mentale Arbeiten mit den räumlichen Objekten, z. B. das Transformieren, Drehen, Spiegeln, Skalieren, Schneiden) sowie das Orientierungsvermögen des eigenen Körpers in der mentalen Vorstellung an. Auch wenn man sich aktuell weltweit nicht auf ein einheitliches Modell der Raumvorstellung beziehen kann, liegen einige Modelle vor, die zwei bis fünf differenzierte Teilbereiche als wesentlich erachten (z. B. Thurstone, 1950; Guilford, 1956; Rost, 1977; Lohman, 1979, 1988; Maier, 1994). Im Folgenden werden vier Faktoren bzw. Komponenten der Raumvorstellung (Maresch, 2014, 2015, 2018) hervorgehoben und mit Beispielen aus der Physik verdeutlicht:

- *Veranschaulichung/Räumliche Visualisierung*
- *Räumliche Beziehungen*
- *Mentale Rotation*
- *Räumliche Orientierung*

Die *Räumliche Visualisierung* wird als grundlegender Faktor angesehen und umfasst unter anderem das Erkennen von kongruenten, ähnlichen und symmetrischen Figuren, die durch Isometrien ineinander übergeführt werden, sowie das Zusammenfügen von Teilen zu einem Ganzen.

In enger Verbindung dazu steht die Komponente der *Räumlichen Beziehungen*, die beispielsweise die Lage mehrerer Objekte in einer gesamtheitlichen Konstellation und ihre Beziehungen zueinander beschreibt. Vor allem in einem kontextbezogenen Inhalt sind diese beiden Komponenten nicht immer deutlich voneinander zu unterscheiden. Als ein physikalisches Beispiel kann das Erkennen von Darstellungen identischer elektrischer Schaltungen genannt werden. Gerade Parallelschaltungen, bei denen die Widerstände nicht optisch parallel angeordnet sind (Abb. 6), werden von SchülerInnen vielfach nicht als solche wahrgenommen (Wilhelm & Hopf, 2018). Bei komplexen Schaltungen mit mehreren in Reihe bzw. parallel angeordneten Widerständen ist die Relation der einzelnen Widerstände in Bezug zur gesamten Schaltung von Bedeutung. Auch bei der Ablenkung eines geladenen Teilchens in einem Magnetfeld spielt der Aspekt der räumlichen Visualisierung und der räumlichen Beziehungen eine Rolle. Aus dem Kreuzprodukt der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  des geladenen Teilchens und der magnetischen Flussdichte  $\vec{B}$  ergibt sich die ablenkende Kraft  $\vec{F}$  auf das geladene Teilchen, die folglich senkrecht

zur ursprünglichen Bewegungsrichtung und senkrecht zur magnetischen Flussdichte steht. Die Ablenkung hängt demnach von der Lage der beiden Vektoren  $\vec{v}$  und  $\vec{B}$  zueinander ab.

Die *Mentale Rotation* ist die Fähigkeit, sich Drehungen von Flächen und Körpern in verschiedenen räumlichen Konstellationen gedanklich vorstellen zu können. Dabei ist auch die Geschwindigkeit der Rotation von Bedeutung. Anwendung findet die Mentale Rotation z. B. beim Erkennen von Isomeren, chemischen Verbindungen, die dieselbe Summenformel besitzen, sich aber in der räumlichen Anordnung der Atome unterscheiden und sich somit nicht durch Drehungen ineinander überführen lassen. Die *Räumliche Orientierung* bezeichnet die Fähigkeit, sich mental in der Vorstellung innerhalb einer Anordnung verschiedener Objekte zu bewegen, d. h. die Perspektive bzw. den Standort mental wechseln zu können. Räumliche Orientierung wird z. B. beim Wechsel von Bezugssystemen benötigt. Wird ein frei fallender Körper auf einem mit gleichmäßiger Geschwindigkeit bewegten Wagen von einer ruhenden Person außerhalb des Wagens beobachtet, so ergibt sich eine parabelförmige Bahnkurve. Es erscheint für sie eine andere Bahnkurve als für eine Person, die sich mit dem Wagen fortbewegt.

Das einführende Beispiel zum Ausschnitt des Spiegelbildes eines Taschenspiegels spricht u. a. Aspekte der Veranschaulichung/Visualisierung, wie z. B. das Erkennen von kongruenten Winkeln, sowie die Komponente Räumliche Beziehungen, die die Relation von Beobachtendem, Spiegel und Spiegelbild in Bezug zu Lage und Größe beinhaltet, an. Einen weiteren Aspekt bildet die Dynamik; durch veränderte Entfernungen zwischen Beobachtendem und Spiegel lassen sich Beziehungen zwischen den Objekten und die Konstruktionsweise des Spiegelbildes besser verstehen. Mit einer dynamischen Geometriesoftware (DGS) können funktionale Abhängigkeiten und das dahinterliegende physikalische Modell in einem geometrischen Zusammenhang gedeutet werden. Auf diese Weise bietet das Phänomen der Spiegelung zudem eine Möglichkeit zur Erklärung der perspektivischen Projektion auf eine Ebene (Niehaus, 2003).

### 3 Aktuelle Forschung zum Raumvorstellungsvermögen

Raumvorstellungsaufgaben können auf vielfältige Weise gelöst werden und lassen sich nicht eindeutig einer der traditionellen Komponenten der faktorenbasierenden Modelle zuordnen. Aktuell verlagert sich der Inhalt der Raumvorstellungsforschung von der Faktorenanalyse u. a. auf die Herangehensweise an Aufgaben und die Verwendung unterschiedlicher Lösungsstrategien (z. B. Lohman, 1979; Souvignier, 2000; Grüßing, 2002; Maier, 2018). Dies stellt auch bei der Bearbeitung physikalischer bzw. kontextbezogener Aufgaben einen zusätzlichen Aspekt dar. Maresch (2014) hebt folgende vier gegensätzlich zueinanderstehende Strategiepaare der Raumvorstellung hervor:

- *Holistische (ganzheitliche) Strategie – Analytische Strategie*
- *Räumliches Denken – Flächendenken*
- *Objekte werden bewegt (move object) – BearbeiterIn bewegt sich (move self)*
- *Verifizierende Strategie – Falsifizierende Strategie*

In der Praxis treten verschiedene Abstufungen, Ergänzungs- und Mischformen dieser Gegenpole auf, die durch weitere Strategien, wie das schlussfolgernde Denken und die verbale Ausdrucksmöglichkeit, ergänzt werden können (z. B. Lohman, 1979; Gardner, 1985).

Durch die Bedeutung der Dynamik in physikalischen Sachverhalten gewinnt sie als Aspekt der Raumvorstellung eine zusätzliche Aufwertung. Dabei ist die Zweideutigkeit des Begriffes *Dynamik* in der Physik und in der Raumvorstellung auseinanderzuhalten. Während der Begriff *Dynamik* in der Physik die einer Bewegungsänderung zugrundeliegende Ursache, das Wirken von Kräften, bezeichnet, bezieht sich *Dynamik* im Sinne der Raumvorstellung auf die Vorstellung sich bewegnender Körper und sich verändernder Größen und steht daher der Kinematik in der Physik, der geometrischen Beschreibung von Bewegungen, näher. Dies zeigt sich z. B. bei der Anwendung dynamischer Prozesse als Strategie zur Lösung von Aufgaben oder bei der Vorstellung von Bewegungen und beim Abschätzen von Geschwindigkeiten, sowie bei räumlichen und zeitlichen Veränderungen eines dynamischen Systems, wie u. a. bei Schwingungen und Wellen.

Das Einschätzen und Vergleichen von Größenordnungen, z. B. bei Entfernungen, Zeitangaben, Geschwindigkeiten und Energiemengen, stellt

im Zusammenhang mit der Raumvorstellung ein weiteres zentrales Forschungsthema dar. Dies umfasst u. a. die Vorstellung vom Aufbau der Materie auf mikroskopischer Ebene bis hin zur Vorstellung von Entfernungen im Weltall.

### 4 Raumvorstellung in der Physik

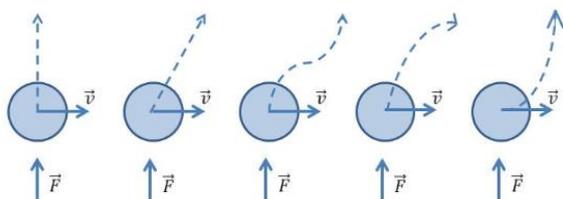
Raumvorstellungsvermögen als fundamentale Fähigkeit durchzieht verschiedene physikalische Konzepte, wie z. B. die Newtonsche Mechanik (Bewegungsgesetze), den Elektromagnetismus (Maxwell-Gleichungen), die Vorstellung der unterschiedlichen Atommodelle, des Aufbaus von Materie in der Festkörperphysik und der astronomischen Phänomene, sowie Einsteins Relativitätstheorie und die Quantenmechanik. Auch die methodische Darstellung von physikalischen Prozessen und Sachverhalten durch Graphen, Diagramme und physikalische Modelle erfordert räumliches Denken. Im Folgenden werden exemplarisch einige Bereiche der Physik herausgegriffen und Zusammenhänge zur Raumvorstellung aufgezeigt. Ergänzend werden einige Studien angeführt, die einen Zusammenhang beim Lösen von Raumvorstellungsaufgaben und physikalischen Aufgaben zeigen, sowie etwaige Schülervorstellungen, die damit verknüpft sind.

#### 4.1 Raumvorstellung in der Mechanik

Besonders in der Kinematik werden verschiedene Konzepte und Darstellungsformen (Geschwindigkeits-, Beschleunigungs- und Kräftevektoren und Bewegungsdiagramme) sowie haptische Elemente (Schiefe Ebene, Flaschenzüge, Federn) verwendet, die auf räumliche Vorstellung aufbauen. Studien zeigen, dass ein Zusammenhang zwischen dem Raumvorstellungsvermögen und dem Lösen von Bewegungsaufgaben besteht (Kozhevnikov & Thornton, 2006; Kozhevnikov, Motes & Hegarty, 2007). Dies gilt vor allem bei Aufgaben,

- die eine Überlagerung von Bewegungen in unterschiedlichen Richtungen beinhalten,
- die einen Wechsel des Bezugssystems verlangen und
- die eine Interpretation von Bewegungsgraphen erfordern.

Im Folgenden werden entsprechende Beispiele vorgestellt. Ein von links nach rechts rollender Ball erfährt senkrecht zur Bewegungsrichtung einen Kraftstoß (Abb. 3). Auf welcher Bahn rollt die Kugel weiter?

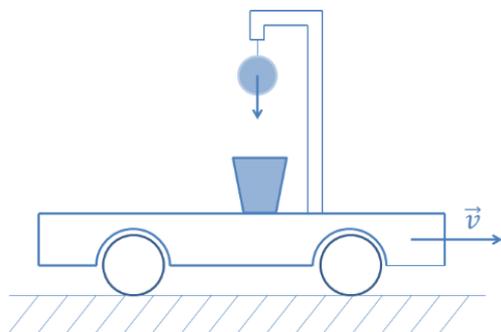


**Abb. 3** – Überlagerung von Bewegungen (nach Kozhevnikov, Motes & Hegarty, 2007)

In diesem Beispiel geht es vorwiegend um Räumliche Beziehungen zwischen unterschiedlichen Bewegungsrichtungen. Untersuchungen zeigen, dass SchülerInnen vielfach große Schwierigkeiten haben, Bewegungsvektoren miteinander zu verknüpfen (Kozhevnikov, Motes & Hegarty, 2007). Mit dem zweidimensionalen dynamischen Mechanikkonzept (Waltner, Tobias, Wiesner, Hopf & Wilhelm, 2010) zur Einführung in die Dynamik wird versucht, der gedanklichen Schwierigkeit bei der Überlagerung von Bewegungen in verschiedenen Richtungen entgegenzuwirken, indem der Begriff der Zusatzgeschwindigkeit eingeführt wird, die einem bewegten Körper zuteilwird, wenn er einen Stoß erfährt.

SchülerInnen sind oftmals nicht in der Lage, von einem Bezugssystem in ein anderes zu wechseln und Bewegungsvorgänge darin zu beschreiben. Nachstehendes Beispiel zeigt eine Aufgabe zum Wechsel des Bezugssystems.

Auf welcher Bahnkurve bewegt sich ein fallender Ball bei sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegendem Wagen aus der Sicht einer Person auf dem Wagen bzw. aus der Sicht einer Person außerhalb? (Abb. 4) Bewegt sich der Ball gerade nach unten, nach vorne oder nach hinten?



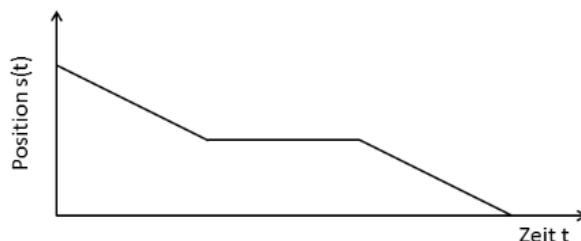
**Abb. 4** – Wechsel des Bezugssystems

Bei der Vorstellung der Bahnkurve von unterschiedlichen Positionen aus, im bewegten bzw. ruhenden Bezugssystem, ist ein Perspektivenwechsel notwendig; es wird der As-

pekt der Räumlichen Orientierung angesprochen.

Eine mögliche Interpretation eines Bewegungsgraphen wird an folgendem Beispiel erläutert. Welche Aussagen können über die Bewegung des Balls aus dem Weg-Zeit-Diagramm getroffen werden? (Abb. 5) Bedeuten die schräg nach unten laufenden Geraden, dass der Ball einen Hügel hinunterrollt oder sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegt oder immer schneller wird?

Bleibt der Ball auf einer Zwischenstufe stehen oder rollt er auf der Ebene langsamer weiter?



**Abb. 5** – Interpretation von Bewegungsgraphen

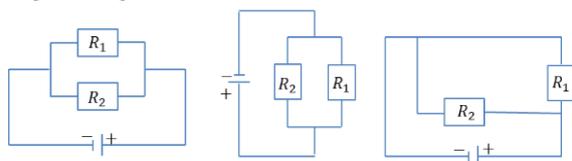
Bei Bewegungsgraphen werden Sachverhalte oft direkt interpretiert, ohne auf die Koordinatenachsen Bezug zu nehmen. Vielfach wird die schräge Linie als Hinabrollen von einem Hügel interpretiert.

Das oben genannte Mechanikkonzept beinhaltet zahlreiche realitätsnahe Beispiele von Bewegungen, wobei die Vorstellung der Bewegung in der Ebene bzw. im Raum eine zentrale Rolle spielt. In zwei wesentlichen Aspekten unterscheidet sich dieses Unterrichtskonzept deutlich von einem traditionellen Mechanikunterricht. Anstatt mit idealisierten eindimensionalen gleichförmigen Bewegungen zu beginnen, werden von Anfang an zweidimensionale Bewegungen aus der realen Welt der SchülerInnen betrachtet; außerdem wird die Kraft als Ursache von Bewegungsänderungen eingeführt. Somit steht die Dynamik im Gegensatz zur Statik im Vordergrund. Position und Richtung sind zur Orientierung in der Ebene und im Raum notwendig. Damit spielt der Vektoraspekt der physikalischen Größen Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft eine wesentliche Rolle. Die zweidimensionalen Bewegungen erfolgen in einer Ebene, aber befinden sich im dreidimensionalen Raum und erfordern durch den Bewegungsaspekt das Erkennen von Beziehung, Ablenkung, Überlagerung, Orientierung, Richtungswechsel und Perspektivenänderung. Dies steht in Verbindung zu den verschiedenen Komponenten der Raumvorstellung.

### 4.2 Raumvorstellung im Elektromagnetismus

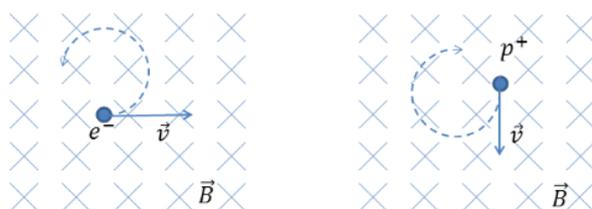
Die Ergebnisse einer Studie im Bereich der Elektrizitätslehre und des Elektromagnetismus zeigen, dass das Raumvorstellungsvermögen von SchülerInnen der 10. und 11. Schulstufe in bemerkenswertem Zusammenhang mit dem entsprechenden physikalischen Inhalt steht (Fulmer & Fulmer, 2014). Die Überprüfung der Raumvorstellung erfolgt mit dem VSAT-Test (Visual Spatial Ability Test, Fulmer & Fulmer, 2014), der allgemeine Aspekte in einem breiten Spektrum berücksichtigt; jene des physikalischen Verständnisses beinhaltet konzeptionelle Grundlagen der Elektrizitätslehre, kombiniert mit mentalen räumlichen Operationen, die auf fachspezifische Inhalte ausgerichtet sind. (VSEEMT-Visual Spatial Electricity and Electromagnetism Test). Typische Aufgabenstellungen befassen sich mit

- dem Erkennen der Gleichwertigkeit von graphisch dargestellten Schaltkreisen bei veränderten Schaltskizzen durch mentale Rotation und Perspektivenwechsel (Abb. 6);



**Abb. 6** – Identische Parallelschaltung in unterschiedlicher Anordnung (gedrehte Schaltung bzw. Schaltung mit räumlich nicht parallel angeordneten Widerständen)

- dem Feststellen der Ablenkung eines geladenen Teilchens, welches sich in einem Magnetfeld bewegt, wobei der Betrag der wirkenden Kraft und deren Richtung bestimmt werden soll; dies erfordert mentale Rotation, sowie Lage- und Richtungsbestimmung (Abb. 7);



**Abb. 7** – Ablenkung eines negativen bzw. positiven Teilchens (z. B. Elektron bzw. Proton) in einem Magnetfeld, welches senkrecht in die Zeichenebene gerichtet ist.

- dem visuellen Vorstellen der Bahnkurve eines Teilchens bei sich ändernder magnetischen Flussdichte und sich ändernder Ge-

schwindigkeit sowie deren Auswirkungen; dies erfordert die räumliche Fähigkeit einer weiteren abstrakten Vorstellung und eine gesamtheitliche Sichtweise.

Der Zusammenhang zeigt sich in besonderer Weise bei jenen SchülerInnen, die ein geringeres Verständnis von Inhalten des Elektromagnetismus aufweisen; dies würde bestätigen, dass die Raumvorstellung im Besonderen bei geringeren Vorkenntnissen oder beim Erwerb eines neuen Inhaltes relevant ist (Uttal & Cohen, 2012; Hawes, 2015).

Erfahrungen zeigen, dass SchülerInnen beim Erkennen elektrischer Schaltungen und beim Übertragen eines realen Stromkreises in ein Schaltbild und umgekehrt große Schwierigkeiten haben. Wenn Skizze und Stromkreis eine andere geometrische Konstruktion darstellen, werden sie nicht als identisch gesehen (Wilhelm & Hopf, 2018.).

Vektorfelder spielen sowohl im Elektromagnetismus als auch in der Strömungsmechanik eine bedeutsame Rolle. Verschiedene Untersuchungen zeigen, dass SchülerInnen aufgrund von unzulänglichen Vorstellungen Grundideen des physikalischen Feldkonzepts, sowie eventuelle zeitliche und räumliche Veränderungen nicht ausreichend verstehen (Wilhelm & Hopf, 2018).

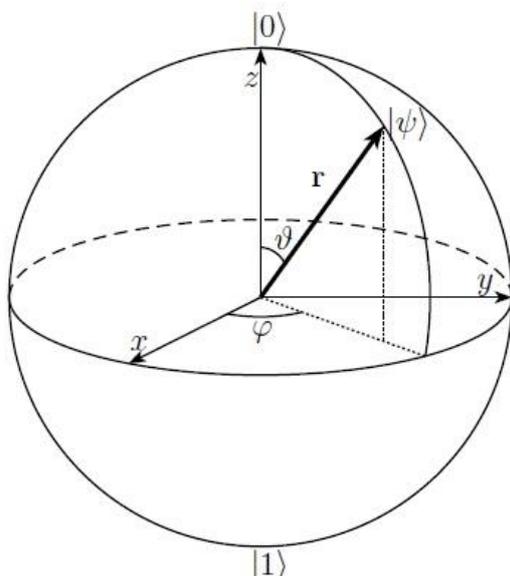
In diesem Zusammenhang sind im Besonderen die Übertragung und das Interpretieren eines mathematischen Ausdrucks in eine graphische Darstellung und in den physikalischen Kontext relevant (Wilhelm & Hopf, 2018). Beim Erkennen von Rotation und Divergenz eines Vektorfeldes in der graphischen Darstellung und bei der Interpretation partieller Ableitungen vektorieller Feldgrößen erweisen sich Hilfestellungen in Form einer räumlichen Vorgehensweise als nützlich. (Klein & Kuhn, 2018; Klein et al., 2018)

### 4.3 Raumvorstellung in der Quantenphysik

Da es sich bei der Quantenmechanik um ein abstraktes Thema handelt, gewinnen die räumliche Vorstellung und die anschauliche Darstellung eine besondere Bedeutung; es werden hohe Anforderungen an das Vorstellungsvermögen gestellt. Als Beispiel kann die Darstellung der kleinsten Quanteneinheit, des Quantenbits (Qubit), angeführt werden. Es handelt sich dabei um ein quantenmechanisches Zweiniveausystem, das beliebige Überlagerungszustände der beiden Grundzustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$

annehmen kann:  $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$  mit  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$  und  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ .

Geometrisch lässt sich ein Qubit mit Hilfe einer Sphäre vom Radius 1, der sogenannten Blochkugel, veranschaulichen, wobei jedem Quantenzustand ein Punkt auf der Kugeloberfläche entspricht (Abb. 8). Dem Nord- und Südpol entsprechen die beiden Basiszustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$ .



**Abb. 8** – Darstellung eines Qubits an der Blochkugel

Zur räumlichen Vorstellung dient die Darstellung des Quantenzustandes an der Blochkugel in Kugelkoordinaten. Der allgemeine Zustand kann mittels zweier reeller Parameter  $\vartheta, \varphi$  beschrieben werden:

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right)|0\rangle + e^{i\varphi} \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right)|1\rangle$$

Der Winkel  $\varphi$  beschreibt den Azimutwinkel im positiven Sinn von der x-Achse aus  $0 \leq \varphi < 2\pi$ ;  $\vartheta$  entspricht dem Winkel von der positiven z-Achse aus  $0 \leq \vartheta \leq \pi$ .

Im Modell der Blochkugel kann eine quantenmechanische Messung mit der Projektion des Zustandes des Qubits auf eine bestimmte Raumachse erklärt werden. Dies kann man sich bildhaft mit einem Schlitz vorstellen, durch den der Zustandsvektor beim Messprozess gedrängt wird und deshalb je nach Messergebnis in die positive oder negative Messrichtung zeigt; die Wahrscheinlichkeit hängt vom Winkel zwischen Blochvektor und Messrichtung ab. Im Bild der Blochkugel sind räumliche Drehungen des Vektors um eine Achse möglich. Projektion bzw. Drehung an der Blochkugel betreffen die Komponenten Räumliche Beziehungen bzw. Mentale Rotation der Raumvorstellung. In diesem Fall handelt es sich um die räumliche Vorstellung

eines Modells, der Inhalt selbst ist abstrakt. (Dür & Heusler, 2012)

Im Visual-Quantum-Mechanics-Project werden ebenfalls abstrakte Inhalte durch räumliches Denken in anschauliche Modelle übertragen. Schüleraktivitäten und Simulationsexperimente entsprechen dem haptischen Unterrichtsprinzip und erleichtern das Verständnis eines physikalischen Inhaltes höherer Ebene. Dieses Projekt wurde in den USA in Schulen erprobt und evaluiert (Zollman, Rebello & Hogg, 2002).

#### 4.4 Raumvorstellung in der Astrophysik

Während sich bisher viele Studien in der Astronomiedidaktik auf physikalische Aspekte und allgemeine Verständnisschwierigkeiten beziehen, tritt jetzt immer mehr das Raumvorstellungsvermögen mit seinen verschiedenen Komponenten, kombiniert mit astronomischen Inhalten, hervor (Cole, Cohen, Wilhelm & Lindell, 2018).

Bei der Vermittlung astronomischer Inhalte im Unterricht stellt sich die Frage, welche kognitiven Prozesse es den SchülerInnen ermöglichen, sich astronomische Phänomene vorzustellen und in überschaubare Bilder und korrekte Vorstellungen umzusetzen. Eine zusätzliche Schwierigkeit ergibt sich aus der Tatsache, dass sich astronomische Phänomene in unvorstellbaren Größen und Räumen, sowie in weiten Entfernungen und mit komplexen Bewegungen abspielen (Cole, Cohen, Wilhelm & Lindell, 2018).

Dies verdeutlichen folgende Inhalte: Bewegungen der Gestirne im Sonnensystem, Beziehungen von Erde-Mond-Sonne (Cole, Wilhelm & Yang, 2015), die Entstehung der Mondphasen (Lindell & Ohlsen, 2002), die Erscheinungen von Tag und Nacht und der jahreszeitliche Wechsel, sowie die Gravitation und ihre Auswirkung auf die Gezeiten (Müller, 2009).

Die reale Wirklichkeit, der Standort des Betrachtenden von der Erde aus, lässt unterschiedliche Deutungen zu, so nimmt der Beobachtende auf der Erde beispielsweise eine andere Sicht der Sonnenbahn wahr, als er aus der Sicht von außen zur Erklärung astronomischer Phänomene heranzieht; dies erfordert einen Perspektivenwechsel. Ob der Betrachtende sich innerhalb oder außerhalb des Systems sieht, intrinsisch oder extrinsisch, und ob die Objekte in Ruhe oder in Bewegung sind, statisch oder dynamisch, sind wesentliche Ansätze zum Aufbau von Vorstellungen und zum Verständnis. Eine sinnvolle und zielgerichtete Förderung des

Raumvorstellungsvermögens ist notwendig, indem Beziehungen zwischen den Objekten veranschaulicht und Entfernungen, Richtungen und Perspektiven in Betracht gezogen werden. (Cole, Cohen, Wilhelm & Lindell, 2018)

Ausgehend von den Erfahrungen des Lernenden und seinen Beobachtungen kann schrittweise das umfassende und wissenschaftliche Verständnis der astronomischen Zusammenhänge angestrebt werden.

Heute erhalten SchülerInnen durch das Angebot der Medien schon früh anschauliche Modelle und somit korrektere Vorstellungen als früher; trotzdem verbinden sie mit dem Weltraum die Vorstellung von „oben“ und „unten“ oder sie erklären die Jahreszeiten mit der unterschiedlichen Entfernung der Erde von der Sonne, glauben, dass es den Mond nur nachts gibt und dass der Erdschatten das Bild der Mondsichel erzeugt (Wodzinski & Wilhelm, 2018).

## 5 Ausblick

Die aktuelle Forschung – wie in den genannten Studien aufgezeigt – lässt einen Zusammenhang von physikalischen Fähigkeiten bzw. dem Verständnis beispielhafter naturwissenschaftlicher Sachverhalte und dem Raumvorstellungsvermögen erkennen. Daraus leitet sich für den Unterricht die didaktische Forderung ab, räumliches Denken durch geeignete Aufgabenstellungen in Physik zu fördern. Andererseits ist diese Förderung – in Wechselwirkung – für das Verständnis von weiteren physikalischen und naturwissenschaftlichen Zusammenhängen hilfreich. Dabei erweist es sich als sinnvoll, von der Welt der SchülerInnen, von ihren Vorstellungen, auszugehen. Schülervorstellungen passen in den individuellen Denkraum und stimmen oft nur teilweise mit dem Fachwissen überein. Sie entspringen dem Alltagswissen bzw. der Erfahrungswelt der SchülerInnen und sind zum Teil gefestigte Wahrnehmungsmuster (Schecker & Duit, 2018).

Studien (z. B. GeoDiKon; Maresch, 2014) ergeben für den Unterricht die wissenschaftlich begründete Empfehlung einer wirksamen Förderung des Raumvorstellungsvermögens und der Verwendung geeigneter Methoden (z. B. Kopfgeometrie; Kerst, 1920), was erfolgreich nachgewiesen ist.

Eine laufende Studie der Verfasserin untersucht, wie das Verständnis bei ausgewählten mathematisch-physikalischen Sachverhalten u. a. an einzelne Facetten des räumlichen Denkens gebunden ist.

## 6 Anhang

### 6.1 Abbildungsverzeichnis

**Abb. 1** – Veränderliche Größe des Spiegelbildausschnittes je nach Entfernung des Betrachtenden vom Spiegel

**Abb. 2** – Unveränderlicher Spiegelbildausschnitt, unabhängig von der Entfernung des Betrachtenden zum Spiegel

**Abb. 3** – Überlagerung von Bewegungen (nach Kozhevnikov, Motes & Hegarty, 2007)

**Abb. 4** – Wechsel des Bezugssystems

**Abb. 5** – Interpretation von Bewegungsgraphen

**Abb. 6** – Identische Parallelschaltung in unterschiedlicher Anordnung (gedrehte Schaltung, bzw. Schaltung mit räumlich nicht parallel angeordneten Widerständen)

**Abb. 7** – Ablenkung eines negativen bzw. positiven Teilchens (z. B. Elektron bzw. Proton) in einem Magnetfeld, welches senkrecht in die Zeichenebene gerichtet ist.

**Abb. 8** – Darstellung eines Qubits an der Blochkugel

## 7 Literatur

- Burgess, N. (2014). The 2014 Nobel Prize in Physiology or Medicine: A Spatial Model for Cognitive Neuroscience. *Neuron*, 84 (6). Elsevier Inc.
- Cole, M., Cohen, Ch., Wilhelm, J., Lindell, R. (2018). Spatial Thinking in astronomy education research. *Physical Review. Physics Education Research* 14.
- Cole, M., Wilhelm, J., Yang, H. (2015). Student Moon Observations and Spatial-Scientific Reasoning, *International Journal of Science Education*, 37:11.
- Dür, W., & Heusler, S. (2012). Was man vom einzelnen Qubit über Quantenphysik lernen kann. *PhyDidA-Physik und Didaktik in Schule und Hochschule*. Heft Nr. 11.
- Fulmer, L., & Fulmer, G. (2014). Secondary Students' Visual-Spatial Ability Predicts Performance on the Visual-Spatial Electricity and Electromagnetism Test (VSEEMT). *Science Education. Review Letters*.
- Frostig, M., & Horne, D. (1977). *Visuelle Wahrnehmungsförderung*. Deutsche Bearbeitung, 19. Auflage. Reinartz A. & Reinartz, E., (Hrsg.). Göttingen: Hogrefe-Verlag.
- Gardner, H. (1985). *The Unschooled Mind: How children Think and How Schools Should Teach*. New York: Basic Books.
- Gardner, H. (1991). *Abschied vom IQ: Die Rahmentheorie der vielfachen Intelligenzen*. Stuttgart: Klett-Cotta.
- Grüßing, M. (2002). Wieviel Raumvorstellung braucht man für Raumvorstellungsaufgaben? Strategien von Grundschulkindern bei der Bewältigung räumlich-geometrischer Anforderungen, *ZDM*, Vol. 34 (2).
- Guilford, J.P. (1956). The structure of intellect. *Psychological Bulletin*, Vol. 53 (4).
- Hawes, Z., Tepylo, D., Moss, J. (2015). Developing spatial thinking. Implications for early mathematics education. *B. Davis and Spatial Reasoning Study Group (Eds.): Spatial reasoning in the early years: Principles, assertions and speculations*. New York: Routledge.
- Kerst, B. (1920). Kopfgeometrie. *Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht aller Schulgattungen* 51. Berlin, Leipzig: B. G. Teubner Verlag.
- Klein, P., Viiri, J., Mozaffari, S., Dengel, A., Kuhn, J. (2018). Instruction-based clinical eye tracking study on the visual interpretation of divergence: How do students look at vector field plots? *Physical Review Physics Education Research*, 14.

- Klein, P., & Kuhn, J. (2018). *Hervorheben relevanter Informationen in Diagrammen: Eye-Tracking*. Vortrag bei der Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik 2018. Kiel.
- Kozhevnikov, M., & Thornton, R. (2006). Real Time Data Display. Spatial Visualization Ability and Learning Force and Motion Concepts. *Journal of Science Education and Technology*. Vol.15. No.1.
- Kozhevnikov, M., Motes, M.A., & Hegarty, M. (2007). Spatial Visualization in Physics Problem Solving. *Cognitiv Science* 31.
- Lindell, R., & Olsen, J. (2002). Developing the lunar phases concept inventory. In Proceedings of the 2002 Physics Education Research Conference. New York: PERC Publishing, 2002.
- Linn, M. C., & Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex differences on spatial ability: a meta-analysis. *Child Development*, 56.
- Lohman, D. F. (1979). *Spatial abilities: A review and re-analysis of the correlational literature* (Technical Report No. 8). Stanford University. Aptitude Research Project, Stanford, CA.
- Lohman, D. F. (1988). Spatial abilities as traits processes, and knowledge. *R.J. Sternberg (Ed.). Advances in the psychology of human intelligence*. Vol. 40. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Maier, P. H. (1994). *Räumliches Vorstellungsvermögen. Komponenten, geschlechtsspezifische Differenzen, Relevanz, Entwicklung und Realisierung in der Realschule*. Frankfurt am Main: Europäischer Verlag der Wissenschaften.
- Maier, P. H. (2018). *Lösungsstrategien von SchülerInnen beim Lösen von Raumvorstellungsaufgaben*. Vortrag bei der 39. Österreichischen Fortbildungstagung für Geometrie. Strobl.
- Maresch, G. (2014). Strategies for Assessing Spatial Ability Tasks. *Journal for Geometry and Graphics*. Vol. 18.
- Maresch, G. (2015). Wie kann die Raumintelligenz gefördert werden? Faktoren, Strategien und geschlechtsspezifische Befunde. *Mathematik im Unterricht*. Heft Nr. 6.
- Maresch, G. (2018). *Wie und Was sieht das Gehirn*. Vortrag bei der 39. Österreichischen Fortbildungstagung für Geometrie. Strobl.
- Müller, R. (2009). Die Gezeiten – eine schrittweise Einführung in ein komplexes Thema. *Physik und Didaktik in Schule und Hochschule. PhyDid 1/8*.
- Niehaus, E. (2003). Experimenteller Umgang mit Spiegelung und Perspektive unter Verwendung von Dynamischer Geometriesoftware. *mat.did.26*. Band 1.
- Rost, D. H. (1977). *Raumvorstellung. Psychologische und pädagogische Aspekte*. Weinheim: Beltz.
- Schecker, H., & Duit, R., (2018). *Schülervorstellungen und Physiklernen*. Schecker, H., Wilhelm, Th., Hopf, M., Duit, R., (Hrsg.). *Schülervorstellungen und Physikunterricht*. Berlin: Springer Spektrum.
- Souvignier, E. (2000). Förderung räumlicher Fähigkeiten – Trainingsstudien mit lernbeeinträchtigten Schülern, Pädagogische Psychologie und Entwicklungspsychologie, Band 22.
- Thurstone, L. L. (1950). *Some primary abilities in visual thinking*. Psychometric Laboratory Research Report No. 59. Chicago: University of Chicago Press.
- Uttal, D. H., & Cohen, C. A. (2012). Spatial Thinking and STEM Education. When, Why, and How? *Psychology of Learning and Motivation - Advances in Research and Theory*, 57
- Waltner, Ch., Tobias, V., Wiesner, H., Hopf, M., Wilhelm, Th. (2010). Ein Unterrichtskonzept zur Einführung in die Dynamik in der Mittelstufe. *PdN Physik in der Schule, Heft 7, Jg. 59*.
- Wilhelm, Th., & Hopf, M. (2018). Schülervorstellungen zum elektrischen Stromkreis. Schecker, H., Wilhelm, Th., Hopf, M., Duit, R., (Hrsg.). *Schülervorstellungen und Physikunterricht*. Berlin: Springer Spektrum.
- Wodzinski, R., & Wilhelm, Th. (2018). Schülervorstellungen im Anfangsunterricht. Schecker, H., Wilhelm, Th., Hopf, M., Duit, R., (Hrsg.). *Schülervorstellungen und Physikunterricht*. Berlin: Springer Spektrum.
- Zollman, D. A., Rebello, N. S., Hogg, K. (2002). Quantum mechanics for everyone: Hands-on activities integrated with technology, *American Journal of Physics*, 70.